

**NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS C
HÖSTEN 2009**

Anvisningar

- Provtid 240 minuter för Del I och Del II tillsammans. **Vi rekommenderar att du använder högst 90 minuter för arbetet med Del I.**
- Hjälpmedel **Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”.
Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.
Del II: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”.
- Provmaterialet Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar.
Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.
*Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren.
Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
- Provet Provet består av totalt 18 uppgifter. **Del I** består av 8 uppgifter och **Del II** av 10 uppgifter.
Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel.
Uppgift 18 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete.
Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
- Poäng och betygsgränser Provet ger maximalt 45 poäng.
Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med \square , vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.
Undre gräns för provbetyget
Godkänt: 12 poäng.
Väl godkänt: 26 poäng varav minst 7 vg-poäng.
Mycket väl godkänt: 26 poäng varav minst 14 vg-poäng.
Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de \square -märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Derivera

- a) $f(x) = x^5 - 12x$ *Endast svar fordras* (1/0)
- b) $f(x) = 10$ *Endast svar fordras* (1/0)
- c) $f(x) = (3x)^2$ *Endast svar fordras* (1/0)

2. Matilda har i slutet av varje år satt in pengar på ett konto med fast räntesats. Hon tecknar ett uttryck som visar hur mycket hon har på kontot (i kronor) omedelbart efter den sista insättningen:

$$\frac{1000(1,02^6 - 1)}{1,02 - 1}$$

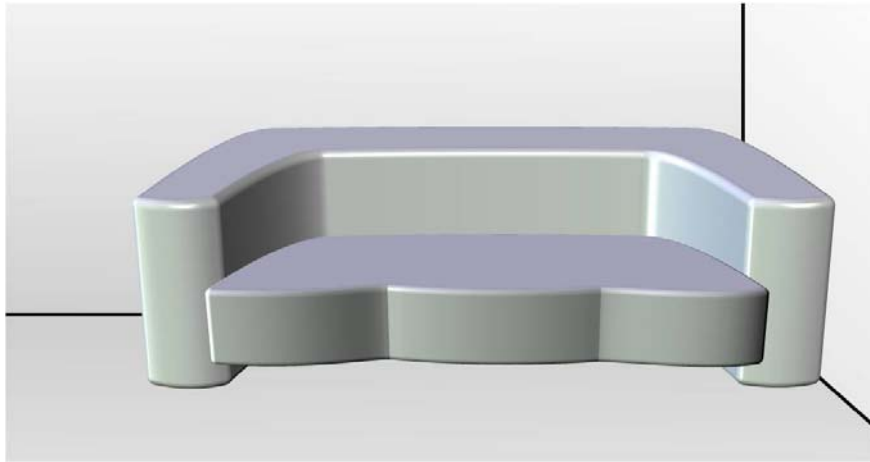
- a) Vilken räntesats har hon fått på sitt sparande? *Endast svar fordras* (1/0)
- b) Hur många insättningar har Matilda gjort? *Endast svar fordras* (1/0)

3. Lös ekvationerna och svara exakt

- a) $x^5 = 25$ *Endast svar fordras* (1/0)
- b) $e^x = 25$ *Endast svar fordras* (1/0)

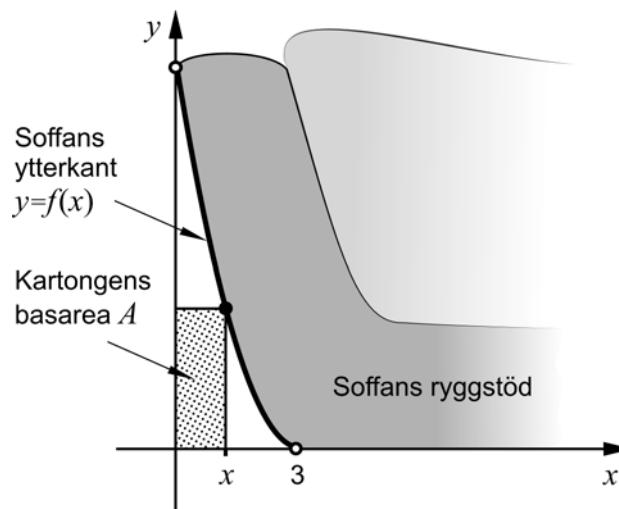
4. Bestäm antalet (reella) nollställen till funktionen f där $f(x) = x^3 + 100x$ (1/1)

5. Vid transport av varor används ofta containrar. För att utnyttja utrymmet i containern maximalt packas varorna så tätt som möjligt. Soffan "Torulf" ska fraktas i en container där den placeras i ett hörn av containern, se figur 1.



Figur 1. Soffan stående i containern

I utrymmet som uppstår mellan hörnet och soffan kan en kartong placeras. Kartongen har formen av ett rätblock. För att ta reda på vilka mått kartongen kan ha räcker det med att undersöka dess basarea, se figur 2.



Figur 2. Soffan sedd uppifrån.

Basarean $A \text{ dm}^2$ kan beskrivas med $A(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ där $x \text{ dm}$ är kartongens bredd, se figur 2.

- a) För vilket värde på x blir basarean hos kartongen maximal? (3/0)

I figur 2 är soffans ytterkant mot containerns hörn markerat med den kraftigare svarta linjen. Soffans ytterkant beskrivs av funktionen f där $y = f(x)$

- b) Bestäm det funktionsuttryck $y = f(x)$ som beskriver soffans ytterkant. (0/1)

6.

a) För vilka värden på x är uttrycket $\frac{4}{x-2} - \frac{8}{x(x-2)}$ inte definierat?
Endast svar fordras (1/0)

b) Förenkla $\frac{4}{x-2} - \frac{8}{x(x-2)}$ så långt som möjligt. (2/0)

c) Lös ekvationen $\frac{4}{x-2} - \frac{8}{x(x-2)} = 2$ (0/1)

7. En grupp personer hälsar på varandra genom att skaka hand. Antalet handskakningar H i gruppen ges då av $H = \frac{n(n-1)}{2}$ där n är antalet personer.



Antag att en grupp A består av ett antal personer och en grupp B består av dubbelt så många personer som grupp A. Personerna i grupp A hälsar på varandra och personerna i grupp B hälsar på varandra.

Teckna ett uttryck för differensen mellan antalet handskakningar i de två grupperna. Förenkla sedan detta uttryck så långt som möjligt. (0/2/□)

8. Funktionen f har derivatan $f'(x) = (x-a)(x-b)^2$ där a och b är konstanter och $0 < a < b$

Undersök för vilka x funktionen f är växande. (0/2/□)

Del II

Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

9. För barn mellan 5 år och 13 år finns en modell som ger sambandet mellan barnets vikt y kg och längd x m. Enligt denna modell är $y = 2,4 \cdot 10^{0,8x}$

Använd modellen och besvara följande frågor.

- a) Hur mycket väger ett barn som är 1,2 m? (1/0)
- b) Vilken längd har ett barn som väger 32 kg? (1/0)

10. År 2001 blev det lag på att hundar i Sverige skall registreras. Sedan dess har antalet hundar i registret ökat för varje år. I tabellen nedan visas antalet registrerade hundar vid slutet av åren 2001-2006.

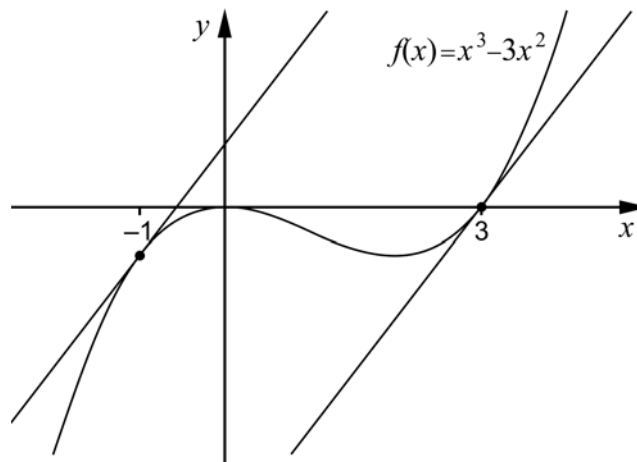
År	Antal hundar
2001	159 108
2002	221 560
2003	295 521
2004	338 203
2005	387 884
2006	452 676

Källa: Jordbruksverket



- Beräkna den genomsnittliga ökningen av antalet registrerade hundar per år mellan år 2001 och år 2006. (2/0)

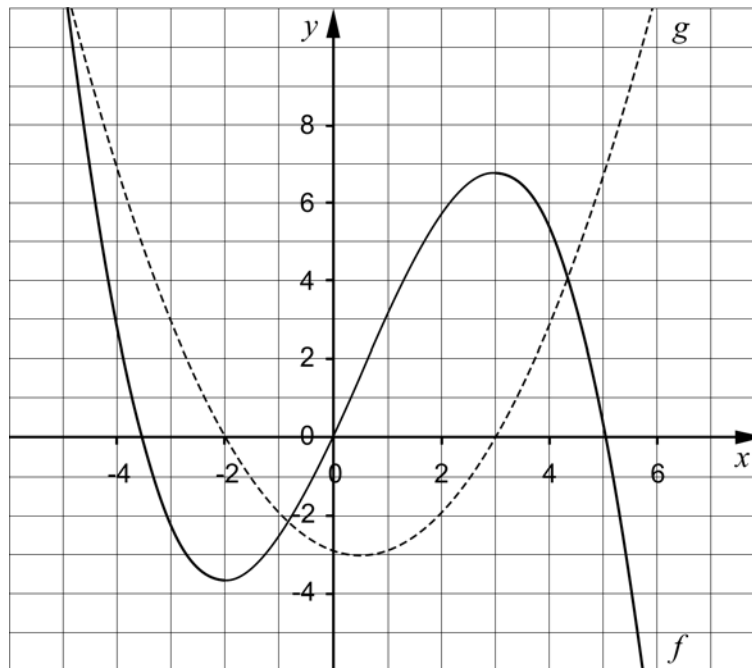
11. Figuren visar grafen till funktionen f där $f(x) = x^3 - 3x^2$.
I de punkter där x -koordinaterna är -1 respektive 3 är tangenter till kurvan ritade.



I figuren ser det ut som att tangenterna är parallella. Undersök om de är parallella. (2/0)

12. Det finns flera funktioner för vilka det gäller att $f(0) = 20$ och $f'(0) = 20$.
Bestäm en sådan funktion. (1/1)
13. Ett radhus i Umeå köptes år 2001 för 1,23 miljoner kronor. Sju år senare såldes radhuset för 2,49 miljoner kronor. Antag att prisökningen har varit exponentiell.
Beräkna den årliga procentuella prisökningen. (0/2)
14. För funktionen f gäller att $f(x) = x^4 - 420x^2 + 16x$.
Hur många punkter på funktionens graf har en tangent med riktningskoefficienten 16? (0/2)

15. Figuren visar huvuddragen av graferna till två funktioner f och g .



Sven påstår att funktionen g är derivata till funktionen f .
Undersök om han har rätt.

(0/2)

16. g och f är två funktioner. Grafen till funktionen g tangerar grafen till funktionen f i punkten där $x = a$

Vilka **två** av nedanstående alternativ A - F måste då alltid vara uppfyllda?

A
 $f'(a) = g(a)$

B
 $f'(a) = 0$

C
 $f'(a) = g'(a)$

D
 $f(a) = g'(a)$

E
 $f(a) = g(a)$

F
 $g'(a) = 0$

Endast svar fordras

(0/1)

17. Moa och Gustav undersöker var sin tredjegradsfunktion $y = f(x)$. Båda tredjegradsfunktionerna har två extrempunkter, dels för $x = 2$ och dels för $x = 6$. Deras lärare ber dem bestämma funktionernas största värde i intervallet $0 \leq x \leq 3$. Moa påstår att hennes funktion har det största värdet $f(2)$ och Gustav påstår att hans funktion har det största värdet $f(0)$. Läraren säger att båda har rätt.

Undersök hur det kan komma sig att båda kan ha rätt.

(0/2/□)

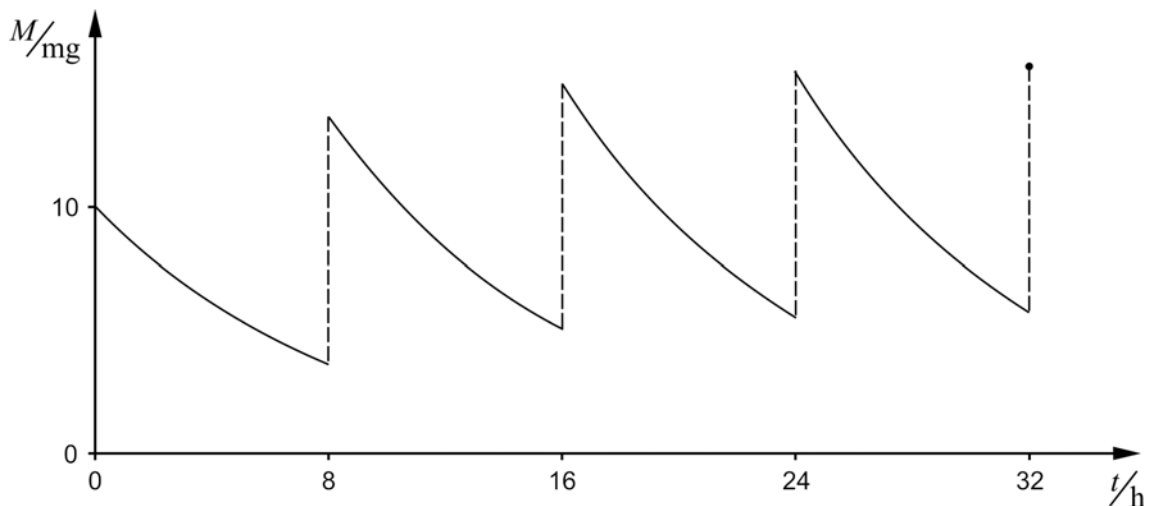
Vid bedömning av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta extra hänsyn till:

- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

18. Medicin som ges direkt i blodet börjar verka omedelbart, men det kan ta en eller två dagar innan medicinen får full effekt. Patienten får därför lika stora doser medicin med jämna mellanrum under en tidsperiod. För en viss medicin gäller att medicinmängden y mg i blodet, t timmar efter att patienten fått sin första dos av 10 mg medicin är:

$$y = 10e^{\frac{-t}{8}}$$

- Hur många mg medicin finns kvar i blodet 5 timmar efter att patienten fått sin första dos?
- Efter 8 timmar får patienten sin andra dos medicin. Hur många mg medicin finns totalt i blodet precis när patienten fått sin andra dos medicin?



Grafen ovan visar en enkel modell för hur den totala mängden medicin M mg i patientens blod varierar med tiden t timmar, fram till dess att patienten har fått sin femte dos.

- Teckna ett uttryck för den totala mängden medicin i blodet när patienten fått sin femte dos. Beräkna därefter denna mängd.

Antag att en patient fortsätter att få medicindoser enligt modellen ovan under en längre tid. Den totala mängden medicin i blodet kommer då att öka men den kan inte bli hur stor som helst.

- Bestäm den övre gränsen för totala mängden medicin i blodet.

(2/5/□)